



# 黄培云双对数粉体 压制方程的应用

胡久智

(中南工业大学粉末冶金研究所)

**[摘要]** 本文以粉体等静压制实践为依据,着重介绍黄培云双对数粉体压制方程的推广应用。认为通过数学处理可将该式变化为非对数形式

$$D_c = \frac{D_m D_o e^{(P/M)^{1/m}}}{D_m - D_o + D_o e^{(P/M)}} \quad t/m$$

11种粉体等静压制实验数据验证表明,上式精度较高( $D_{c\text{计}}/D_{c\text{实}} = 1 \pm 0.01$ ),具有实用价值。文中对该式进行了解析,指出上式即为粉体等静压制的压制压力——压坯密度曲线的数学表达式且其斜率为

$$\frac{dD_c}{dP} = \frac{D_m D_o (D_m - D_o) e^{(P/M)}}{M \cdot m \left[ D_m - D_o + D_o e^{(P/M)} \right]^2 \left( \frac{P}{M} \right)^{1-1/m}} \quad 1/m$$

## 一、黄培云粉体压制方程的 非对数形式导出

1964年,我国黄培云教授对粉体压制问题进行研究之后,考虑到粉体的非线性弹滞体的特征与压制时应变大幅度变化的事实,根据理论推导和实验验证,提出了一种新的压制理论——黄培云双对数粉体压制方程,其推导<sup>[1]</sup>如下。

根据虎克定律,一个理想的弹性体应有如下关系:

$$\sigma = M \varepsilon \quad (1)$$

式中  $\sigma$ —应力;  $\varepsilon$ —应变;  $M$ —弹性模量。

上式对时间求导数,得

$$\frac{d\sigma}{dt} = M \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (2)$$

马克斯韦尔(Maxwell)指出,对一个同时具有弹性和粘滞性的固体,有如下关系:

$$\frac{d\sigma}{dt} = M \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{\sigma}{\tau_1} \quad (3)$$

在恒应变情况下,  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 0$ ,

$$\text{则 } \frac{d\sigma}{dt} = \frac{\sigma}{\tau_1}$$

$$\text{积分后得: } \sigma = \sigma_0 e^{-\frac{t}{\tau_1}} \quad (4)$$

式中  $\sigma_0$  为  $t = 0$  时的应力；

$\tau_1$ —应力弛豫时间。

随后凯尔文(Kelvin)等人应用应变弛豫的概念，得出描述同时具有弹性与应变弛豫性的固体(即凯尔文固体)方程为

$$\sigma = M\epsilon + \eta \frac{d\epsilon}{dt} = M(\epsilon + \tau_2 \frac{d\epsilon}{dt}) \quad (5)$$

式中  $\eta$ —粘滞系数， $\eta = M\tau_2$ ；

$\tau_2$ —应变弛豫时间。

后来，阿尔弗雷(Alfrey)与多蒂(Doty)等人同时考虑了应力弛豫与应变弛豫的关系，引进标准线性固体的概念，并指出它服从以下关系：

$$\left( \sigma + \tau_1 \frac{d\sigma}{dt} \right) = M \left( \epsilon + \tau_2 \frac{d\epsilon}{dt} \right) \quad (6)$$

黄培云教授认为，标准线性固体的概念尽管已广泛应用于金属内耗的研究中，但不适用于粉体的压制研究，因为：(1)在应力与应变都已充分弛豫或接近充分弛豫的情况下，标准线性固体的应力与应变呈线性关系，而粉体则不然；(2)粉体在压制时变形度比金属内耗或蠕变时要大得无法比拟。此时，必有粉体的加工硬化，粉体在压制时的应力应变关系不可能维持线性关系，而应有某种非线性弹滞体的特征。据此，粉体压制时应有下述关系：

$$\left( \sigma + \tau_1 \frac{d\sigma}{dt} \right)^n = M \left( \epsilon + \tau_2 \frac{d\epsilon}{dt} \right) \quad (7)$$

式中  $n$ —系数，一般  $n < 1$

在压力为恒应力  $\sigma_0$  的情况下， $\frac{d\sigma}{dt} = 0$ ，

(7)式简化为：

$$\sigma_0^n = M \left( \epsilon + \tau_2 \frac{d\epsilon}{dt} \right)$$

积分后得： $\epsilon = \epsilon_0 e^{-t/\tau_2} + \left( \frac{\sigma_0^n}{M} \right) \cdot$

$$\left[ 1 - e^{-t/\tau_2} \right] \quad (8)$$

当粉体压制过程充分弛豫(即  $t \gg \tau_2$ )

时)， $e^{-t/\tau_2} \rightarrow 0$ ，(8)式简化为

$$\epsilon = \frac{\sigma_0^n}{M} \quad (9)$$

$$\lg \epsilon = n \lg \sigma_0 - \lg M \quad (10)$$

应用自然应变(对数应变)的概念，可得

$$\epsilon = \ln \frac{(d_m - d_o)d_c}{(d_m - d_c)d_o} \quad (11)$$

将(11)式代入(10)式，并用压制压力  $P$  代替恒应力  $\sigma_0$ ，可得：

$$\lg \ln \frac{(d_m - d_o)d_c}{(d_m - d_c)d_o} = n \lg P - \lg M \quad (12)$$

式中  $d_c$ —压坯密度， $\text{g/cm}^3$ ；

$d_o$ —压坯原始密度(粉末充填密度)， $\text{g/cm}^3$ ；

$d_m$ —致密金属密度， $\text{g/cm}^3$ ；

$P$ —压制压力， $\text{Pa}$ ；

$n$ —硬化指数的倒数， $n = 1$  时，无硬化出现；

$M$ —压制模量。

(12)式即为黄培云教授1964年提出的粉体压制理论—黄培云双对数粉体压制方程。

1980年，黄培云教授又对双对数粉体压制方程作了发展[2、3]，对其进行量纲分析。指出， $M$ 的量纲与  $P^n$  相同，由于不同粉体的  $n$  值与  $M$  值各不相同，因而不同粉体的  $M$  值量纲也不相同，很难作出比较。如果改用数学模型：

$$(P + \tau_1 \frac{dp}{dt}) = M (\epsilon + \tau_2 \frac{d\epsilon}{dt})^m \quad (13)$$

按上述相同方法处理，可得：

$$\epsilon = \epsilon_0 e^{-t/\tau_2} + \left( \frac{P}{M} \right)^{1/m} \left[ 1 - e^{-t/\tau_2} \right] \quad (14)$$

$$\epsilon = \left( \frac{P}{M} \right)^{1/m} \quad (15)$$

$$m \lg \ln \frac{(d_m - d_o)d_c}{(d_m - d_c)d_o} = \lg P - \lg M \quad (16)$$

这样,  $\lg e$  仍然与  $\lg P$  呈直线关系, 如以前者为横坐标, 后者为纵坐标, 则所得的直线斜率为  $m$  值, 直线与纵轴的截距为  $\lg P$  值。

$M$  相当于硬化指数, 其量纲与  $P$  相同, 它的大小表征粉体压制的难易。 $m$  代表粉体压制过程的非线性指数,  $m$  值的大小表征粉体压制过程硬化趋势的大小,  $m = 1$  时表示全无硬化趋势, 一般情况下,  $m > 1$ 。

用最小二乘法对粉体压制实验数据进行处理, 所得(16)式的最佳回归直线的相关系数为  $\pm 1000000$ 。

对(16)式作数学处理, 并以  $D_c$ 、 $D_o$ 、 $D_m$  分别代替  $d_c$ 、 $d_o$ 、 $d_m$ , 可得:

$$D_c = \frac{D_m D_o e^{-(P/M)^{1/m}}}{D_m - D_o + D_o e^{-(P/M)^{1/m}}} \quad (17)$$

推导完毕。

## 二、黄培云粉体压制方程的非对数形式在等静压制中的应用

用11种不同粉体的等静压制的实验数据(表1—11)对(17)式进行验证。表中  $D_c$  计为按(17)式计算所得的压坯密度值,  $D_c$  实为实验测定所得的密度。

表1 电解铜粉等静压制数据

压力 P MPa	压坯密度 (计算值)		压坯密度 (实测值)		$K = \frac{D_c \text{计}}{D_c \text{实}}$	$K$
	$D_c \text{计}$ $\text{g}/\text{cm}^3$	$D_c \text{实}$ $\text{g}/\text{cm}^3$	$D_c \text{计}$ $\text{g}/\text{cm}^3$	$D_c \text{实}$ $\text{g}/\text{cm}^3$		
49	5.29	5.32	0.99			
68.6	5.72	5.73	1.00			
98	6.20	6.19	1.00			
147	6.74	6.81	0.99	0.99		
196	7.11	7.12	1.00			
245	7.38	7.43	0.99			
294	7.60	7.85	0.97			

$$D_m = 8.96, D_o = 1.40, M = 0.039, m = 3.550$$

表2 电解镍粉等静压制数据

压力 P MPa	压坯密度 (计算值)		压坯密度 (实测值)		$K = \frac{D_c \text{计}}{D_c \text{实}}$	$K$
	$D_c \text{计}$ $\text{g}/\text{cm}^3$	$D_c \text{实}$ $\text{g}/\text{cm}^3$	$D_c \text{计}$ $\text{g}/\text{cm}^3$	$D_c \text{实}$ $\text{g}/\text{cm}^3$		
49	4.32	4.28	1.01			
68.6	4.68	4.72	0.99			
98	5.07	5.19	0.98			
147	5.59	5.54	1.01		1.00	
196	5.96	5.92	1.01			
245	6.26	6.28	0.99			
294	6.48	6.51	0.99			

$$D_m = 8.85, D_o = 1.21, M = 0.0515, m = 3.786$$

表3 还原铁粉等静压制数据

压力 P MPa	压坯密度 (计算值)		压坯密度 (实测值)		$K = \frac{D_c \text{计}}{D_c \text{实}}$	$K$
	$D_c \text{计}$ $\text{g}/\text{cm}^3$	$D_c \text{实}$ $\text{g}/\text{cm}^3$	$D_c \text{计}$ $\text{g}/\text{cm}^3$	$D_c \text{实}$ $\text{g}/\text{cm}^3$		
49	4.33	4.27	1.01			
68.6	4.57	4.47	1.02			
98	4.86	4.77	1.02			
147	5.22	5.26	0.99		1.01	
196	5.48	5.53	0.99			
245	5.67	5.72	0.99			
294	5.89	5.91	0.99			

$$D_m = 7.87, D_o = 2.59, M = 0.627, m = 2.650$$

表4 Cu : Fe(重量)3 : 7混合粉等静压制数据

压力 P MPa	压坯密度 (计算值)		压坯密度 (实测值)		$K = \frac{D_c \text{计}}{D_c \text{实}}$	$K$
	$D_c \text{计}$ $\text{g}/\text{cm}^3$	$D_c \text{实}$ $\text{g}/\text{cm}^3$	$D_c \text{计}$ $\text{g}/\text{cm}^3$	$D_c \text{实}$ $\text{g}/\text{cm}^3$		
49	4.60	4.58	1.00			
68.6	4.90	4.87	1.01			
98	5.26	5.20	1.01			
147	5.69	5.66	1.01		1.00	
196	6.02	6.10	0.99			
245	6.27	6.25	1.00			
294	6.47	6.47	1.00			

$$D_m = 8.16, D_o = 2.33, M = 0.323, m = 2.726$$

表5 Cu : Fe(重量)5:5混合粉等静压制数据

压力P MPa	压坯密度 (计算值) $D_{c\text{计}}$ g/cm <sup>3</sup>	压坯密度 (实测值) $D_{c\text{实}}$ g/cm <sup>3</sup>	$K = \frac{D_{c\text{计}}}{D_{c\text{实}}}$	$\bar{K}$
	$D_{c\text{实}}$ g/cm <sup>3</sup>			
49	4.88	4.84	1.01	
68.6	5.23	5.19	1.01	
98	5.63	5.52	1.02	
147	6.09	5.99	1.02	1.01
196	6.21	6.39	0.97	
245	6.69	6.59	1.02	
294	6.89	6.83	1.01	

$$D_m = 8.37; D_o = 2.12; M = 0.179; m = 2.926$$

表6 Cu : Fe(重量)7:5混合粉等静压制数据

压力P MPa	压坯密度 (计算值) $D_{c\text{计}}$ g/cm <sup>3</sup>	压坯密度 (实测值) $D_{c\text{实}}$ g/cm <sup>3</sup>	$K = \frac{D_{c\text{计}}}{D_{c\text{实}}}$	$\bar{K}$
	$D_{c\text{实}}$ g/cm <sup>3</sup>			
49	5.11	5.08	1.01	
68.6	5.48	5.46	1.00	
98	5.90	5.88	1.00	
147	6.39	6.34	1.01	1.00
196	6.73	6.74	1.00	
245	7.01	6.93	1.01	
294	7.19	7.18	1.00	

$$D_m = 8.58; D_o = 1.97; M = 0.117; m = 3.10$$

表7 Cu : Fe : Ni(重量)2:6:2混合粉等静压制数据

压力P MPa	压坯密度 (计算值) $D_{c\text{计}}$ g/cm <sup>3</sup>	压坯密度 (实测值) $D_{c\text{实}}$ g/cm <sup>3</sup>	$K = \frac{D_{c\text{计}}}{D_{c\text{实}}}$	$\bar{K}$
	$D_{c\text{实}}$ g/cm <sup>3</sup>			
49	4.55	4.61	0.99	
68.6	4.85	4.83	1.00	
98	5.20	5.28	0.98	
147	5.63	5.61	1.00	0.99
196	5.95	5.96	1.00	
245	6.19	6.27	0.99	
294	6.39	6.42	0.99	

$$D_m = 8.25; D_o = 2.08; M = 0.229; m = 3.05$$

表8 Cu : Fe : Ni(重量)4:5:1混合粉等静压制数据

压力P MPa	压坯密度 (计算值) $D_{c\text{计}}$ g/cm <sup>3</sup>	压坯密度 (实测值) $D_{c\text{实}}$ g/cm <sup>3</sup>	$K = \frac{D_{c\text{计}}}{D_{c\text{实}}}$	$\bar{K}$
	$D_{c\text{实}}$ g/cm <sup>3</sup>			
49	4.69	4.68	1.00	
68.6	5.04	5.02	1.00	
98	5.43	5.44	1.00	
147	5.91	5.89	1.00	1.01
196	6.25	6.25	1.00	
245	6.52	6.52	1.00	
294	7.06	6.73	1.05	

$$D_m = 8.36; D_o = 2.06; M = 0.202; m = 2.896$$

表9 Cu : Fe : Ni(重量)5:4:1混合粉等静压制数据

压力P MPa	压坯密度 (计算值) $D_{c\text{计}}$ g/cm <sup>3</sup>	压坯密度 (实测值) $D_{c\text{实}}$ g/cm <sup>3</sup>	$K = \frac{D_{c\text{计}}}{D_{c\text{实}}}$	$\bar{K}$
	$D_{c\text{实}}$ g/cm <sup>3</sup>			
49	4.83	4.81	1.00	
68.6	5.18	5.13	1.01	
98	5.58	5.79	0.96	
147	6.06	6.02	1.01	0.99
196	6.32	6.46	0.98	
245	6.66	6.65	1.00	
294	6.86	6.87	1.00	

$$D_m = 8.46; D_o = 1.97; M = 0.151; m = 3.06$$

表10 锡粉等静压制数据

压力P MPa	压坯密度 (计算值) $D_{c\text{计}}$ g/cm <sup>3</sup>	压坯密度 (实测值) $D_{c\text{实}}$ g/cm <sup>3</sup>	$K = \frac{D_{c\text{计}}}{D_{c\text{实}}}$	$\bar{K}$
	$D_{c\text{实}}$ g/cm <sup>3</sup>			
14.7	5.48	5.38	1.01	
19.6	5.82	5.82	1.00	
29.4	6.32	6.21	1.01	
49	6.82	6.70	1.02	
68.6	7.09	6.92	1.02	
98	7.21	7.10	1.01	1.01
117.6	7.24	7.16	1.01	
147	7.26	7.21	1.00	
196	7.27	7.23	1.00	
245	7.28	7.25	1.00	
294	7.28	7.26	1.00	

$$D_m = 7.28; D_o = 3.65; M = 0.131; m = 1.681$$

表11 碳化钨粉(加1%石蜡)等静压制数据<sup>[5]</sup>

压力P MPa	压坯密度 (计算值)		$K = \frac{D_{c\text{计}}}{D_{c\text{实}}}$	K
	$D_{c\text{计}}$ $\text{g/cm}^3$	$D_{c\text{实}}$ $\text{g/cm}^3$		
49	7.23	7.27	0.99	
68.6	7.43	7.56	0.98	
98	7.79	7.91	0.98	
147	8.23	8.31	0.99	
196	8.56	8.64	0.99	0.99
245	8.96	8.90	1.00	
294	9.18	9.04	1.01	
392	9.43	9.41	1.00	
490	9.72	9.68	1.00	
588	9.96	9.91	1.00	

$$D_m = 15.45; D_o = 3.10; M = 0.151; m = 5.250$$

上述数据表明：1. (17)式具有较高的精度，其K值为 $1 \pm 0.01$ ；2. 该方程使用方便，有推广意义和实用价值。

### 三、黄培云粉体压制方程的非对数形式与压制压力——压坯密度曲线

粉体压制的压制压力——压坯密度曲线(下称P— $D_c$ 曲线)有着共同的特性，即随压制压力的增加压坯密度呈非线性地增加，如图1<sup>[4]</sup>所示。但是否有一个共同的P— $D_c$ 曲线的数学表达式，压制压力与压坯密度非线性增加的规律如何？迄今未见到从理论上推导出来的公式。

根据11种不同粉体等静压制实验数据验证，表明， $D_{c\text{计}} \approx D_{c\text{实}}$ ，P— $D_{c\text{计}}$ 曲线与P— $D_{c\text{实}}$ 曲线基本重叠，因而结论是：粉体压制的P— $D_c$ 曲线的数学表达式就是黄培云粉体压制方程的非对数形式(17)式。

可以对(17)式作必要的理论验证。

若  $P = 0$ ，则  $D_c = D_o$ 。

利用(17)式验证：

$$D_c = \frac{D_m \cdot D_o e^{(\frac{P}{M})^{\frac{1}{m}}}}{D_m - D_o + D_o e^{(\frac{P}{M})^{\frac{1}{m}}}}$$

代入  $P = 0$

$$D_c = \frac{D_m D_o e^{(0/M)^{1/m}}}{D_m - D_o + e^{(0/M)^{1/m}}} = \frac{D_m \cdot D_o \cdot 1}{D_m - D_o + D_o \cdot 1} = D_o$$

若  $P = P_\infty$   $D_m - D_o = 0$  则  $D_c = D_m$

代入  $P = P_\infty$   $D_m - D_o = 0$

$$D_c = \frac{D_m D_o e^{(P_\infty/M)^{1/m}}}{0 + D_o e^{(P_\infty/M)^{1/m}}} = D_m$$

验证毕。

利用(17)式，按P— $D_c$ 作图得图2。可以看出，图2与图1<sup>[4]</sup>具有完全相似的变化趋势。

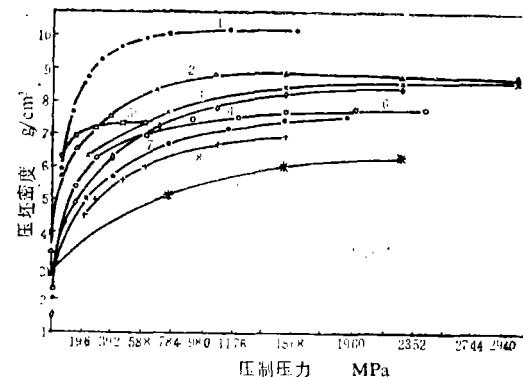


图1. 各种粉末的压制压力与压坯密度的关系

1—结晶银粉，-100目；2—粗电解铜粉，-100目；  
3—析出细铜粉；4—细电解铜粉；5—雾化  
锡粉，-325目；6—软纯电解铁粉；7—氢还  
原铁粉；8—纯铁粉；9—退火粉碎钢粉。

### 四、影响压坯密度的因素

从(17)式知， $D_c$ 值是由 $D_m D_o e^{(\frac{P}{M})^{\frac{1}{m}}}$ 综合确定的。当粉体一定时， $D_m$ 、 $D_o$ 、 $M$ 、

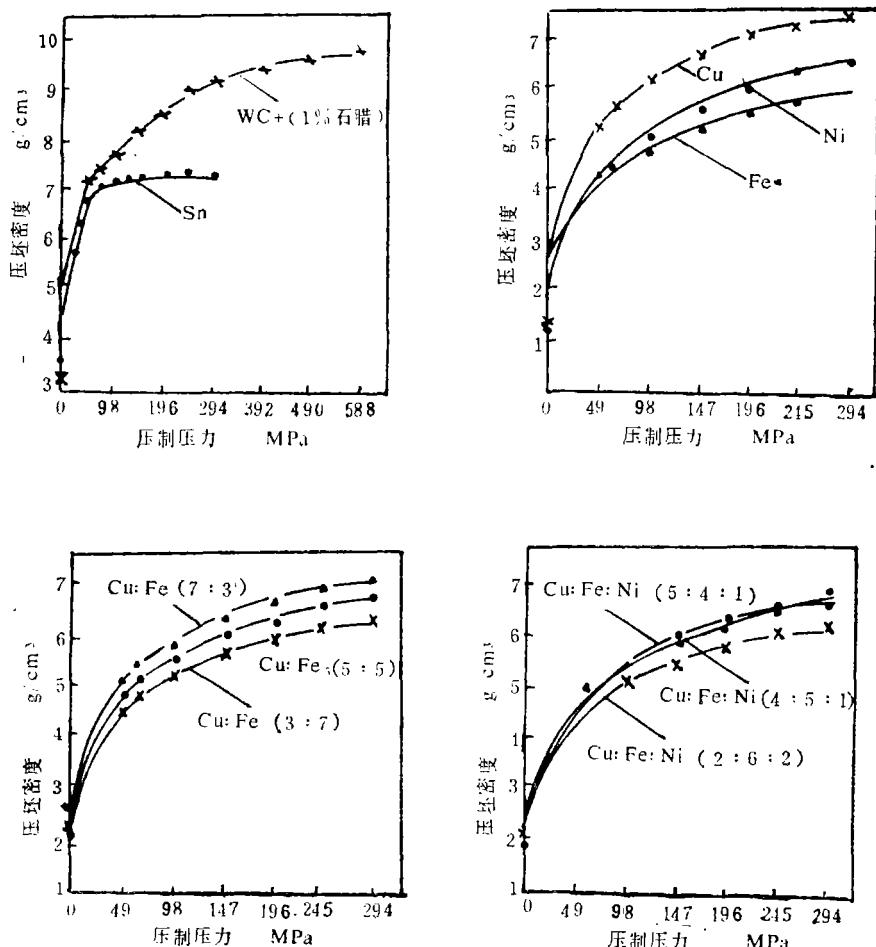


图2. 用(17)式绘制的压制压力—压坯密度关系图

$m$ 值均不变,  $D_c$ 值仅由 $P$ 值来确定。

#### 1. $e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}$ 值对压坯密度的影响

$e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}$ 值反映了粉体在压力作用下非线性弹滞体基本特征, 是影响压坯密度的最重要因素。它包含 $P$ 、 $M$ 、 $m$ 三个因素。孤立地分析它们对压坯密度的影响是困难的,

而通过实验分析  $e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}$ 值的变化来研究其对压坯密度的影响较为适宜。表12列出了不

同粉体等静压时  $e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}$ 变化值。

由表12可以概括出三种类型。

缓慢型, 即在压制压力变化范围内,

$e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}$ 值的变化仍在同一个数量级内, 如 WC + (1% 石蜡) 粉体;

一般型, 即在压制压力变化范围内,  $e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}$ 值的变化高了二个或三个数量级的如 Ni、Fe、Cu:Fe:Ni(重量) 2:6:2、5:4:1、4:5:1 混合粉, Cu、Cu:Fe(重量) 3:7、7:3 混合粉等粉体。

急剧型, 即在压制压力变化范围内,  $e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}$ 值的变化大大高于三个数量级的, 如 Sn 粉。

$e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}$ 值基本反映了粉体压缩程度。

表12

不同粉体等静压制时  $\epsilon$   
 $(\frac{P}{N})^{\frac{1}{m}}$  的数据

压 力 $Mpa$	粉体 WC + 1%石蜡	Fe	$Cu : Fe$		$Cu : Fe : Ni$		$Cu : Fe$		$Cu : Fe : Ni$		$Cu : Fe : Ni$		$Cu : Fe$		Ni	$Cu$	Sn
			3 : 7	2 : 6 : 2	5 : 5	5 : 4 : 1	4 : 5 : 1	7 : 3	7 : 3	7 : 3	7 : 3	7 : 3	7 : 3	7 : 3	7 : 3		
49	20.086	176.091	553.355	334.287	913.241	725.601	772.012	1128.901	353.187	1774.013	3.737 $\times 10^{51}$						
68.6	24.484	354.603	1269.019	659.182	2096.448	1556.196	1751.101	2530.064	601.243	3733.121	5.052 $\times 10^{61}$						
98	30.631	825.509	3446.105	1474.390	5653.329	3850.661	4656.409	6241.651	1114.320	8919.543	6.429 $\times 10^{77}$						
147	40.045	2502.386	12733.607	4163.036	20434.910	12369.635	16547.660	22561.496	2413.902	26322.597	1.781 $\times 10^{92}$						
196	49.600	6136.439	36497.535	9499.552	57068.067	31225.801	45569.777	59814.297	4398.417	64601.958	7.830 $\times 10^{114}$						
245	58.557	13187.174	89411.183	19034.340	135944.229	68254.592	107581.072	136216.389	7237.274	130352.813	1.657 $\times 10^{136}$						
294	67.829	25900.045	196811.166	34926.460	290977.144	134861.614	228205.058	279009.190	11103.326	242558.937	3.551 $\times 10^{156}$						

$e \left( \frac{P}{M} \right)^{\frac{1}{m}}$  值越大，反映粉体压缩程度越大，即压坯相对密度越大，反之亦然。

### 2. $D_m$ 、 $D_o$ 值对压坯密度的影响

由于 $D_m$ 、 $D_o$ 出现在(17)式不同位置，有着不同的数学含义，因而对压坯密度的影响亦不同。表13列出电解镍粉不同 $D_m$ 、 $D_o$ 值、

$D_m - D_o$ 值对压坯密度影响的数据。

表13表明，当 $e \left( \frac{P}{M} \right)^{\frac{1}{m}}$ 值变化相同，

但 $D_m D_o > D_m - D_o$ 且 $D_o > 1$ 时，则 $D_c$ 计值较大；若 $D_m D_o < D_m - D_o$ ，且 $D_o < 1$ ，则 $D_c$ 计值较小；若 $D_m D_o > D_m - D_o$ ，但 $D_o < 1$ ，则要具体分析。

表13 电解镍粉不同 $D_m$ 、 $D_o$ 、 $D_m - D_o$ 值对压坯密度影响的数据

粉体	压力 P MPa	致密金属 密度 $D_m$ $g/cm^3$	粉末充填 密度 $D_o$ $g/cm^3$	致密金属密度 与粉末充填密 度之积 $D_m \cdot D_o$ $g/cm^3$	致密金属密度 与粉末充填密 度之差 $D_m - D_o$ $g/cm^3$	致密金属密度 与粉末充填密 度之差 $e \left( \frac{P}{M} \right)^{\frac{1}{m}}$	粉体的非线性 弹性特征值	压坯密度 计算值 $D_{c\text{计}}$ $g/cm^3$	压坯密度 实测值 $D_{c\text{实}}$ $g/cm^3$
Ni 粉	49							353.187	4.32
	68.6							601.243	4.68
	98	8.85	1.21	10.708	7.640	1114.320	5.07	5.09	5.09
	147					2413.902	5.59	5.54	5.54
	196					4390.417	5.97	5.92	5.92
Ni 粉	245					7237.274	6.26	6.28	6.28
	294					11193.326	6.48	6.51	6.51
	49					353.187	3.40	3.41	3.41
	68.6					601.243	3.75	3.78	3.78
	98	8.85	0.83	7.346	8.020	1114.320	4.16	4.19	4.19
粉	147					2413.902	4.69	4.73	4.73
	196					4390.417	5.09	5.12	5.12
	245					7237.274	5.41	5.43	5.43
	294					11193.326	5.68	5.72	5.72

生产和科研中常用同质不同松装密度的粉体进行等静压制。表14列出等静压制不同松装密度的铁粉对压坯密度的影响。

表14证实了在相同的等静压制下压制，松装密度小的粉体其压坯密度小，松装密度大的其压坯密度大，从而在理论上解释了粉体松装密度对压坯密度的影响。

### 五、黄培云粉体压制方程的非对数形式的斜率

对(17)式求斜率

$$\begin{aligned}
 dD_c &= \frac{D_m D_o e \left( \frac{P}{M} \right)^{\frac{1}{m}}}{D_m - D_o + D_o e \left( \frac{P}{M} \right)^{\frac{1}{m}}} \\
 \frac{dD_c}{dp} &= \frac{D_m D_o (D_m - D_o) e \left( \frac{P}{M} \right)^{\frac{1}{m}}}{M_m \left[ D_m - D_o + D_o e \left( \frac{P}{M} \right)^{\frac{1}{m}} \right]^2 \left( \frac{P}{M} \right)^{\frac{1}{m}-1}} \\
 \end{aligned} \tag{18}$$

表14 松装密度对压坯密度的影响(铁粉)

压 力 P MPa	松装密度 $D_o$ g/cm <sup>3</sup>	松装密度与非线性 弹滞系数的乘积 $D_o e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}$ g/cm <sup>3</sup>	压坯密度 (计算值) $D_{c\text{计}}$ g/cm <sup>3</sup>	压坯密度 (实测值) $D_{c\text{实}}$ g/cm <sup>3</sup>
			1.49	2.03
49	2.59	456.076	4.33	4.27
	2.03	357.465	3.66	3.57
	1.87	329.290	3.44	3.37
	1.48	260.615	2.88	2.85
68.6	2.59	918.422	4.57	4.47
	2.03	719.844	3.90	3.89
	1.87	663.108	3.68	3.59
	1.48	524.812	3.10	3.01
98	2.59	2138.069	4.86	4.77
	2.03	1675.783	4.20	4.08
	1.87	1543.702	3.90	3.88
	1.48	1221.753	3.39	3.34
147	2.59	6481.179	5.22	5.26
	2.03	5079.844	4.58	4.58
	1.87	4679.462	4.44	4.42
	1.48	3703.531	3.78	3.78
196	2.59	15893.377	5.48	5.53
	2.03	12456.971	4.88	4.91
	1.87	11475.141	4.67	4.68
	1.48	9081.929	4.09	4.12
245	2.59	34154.781	5.67	5.72
	2.03	26769.963	5.12	5.13
	1.87	24660.015	4.93	4.96
	1.48	19517.018	4.35	4.36
294	2.59	67081.117	5.89	5.91
	2.03	52577.091	5.34	5.36
	1.87	48433.084	5.14	5.19
	1.48	38332.067	4.59	4.65

$$\text{开始压制时 } P = 0 \quad \text{则} \quad \frac{dD_c}{dP} = \infty$$

压制到致密体密度

$$P = \infty \quad D_m - D_o = 0 \quad D_c = D_m$$

$$\text{则} \quad \frac{dD_c}{dP} = 0$$

表15列出WC+(1%石蜡)、Cu:Fe(重量)5:5混合粉、Sn粉压制的P-D<sub>c</sub>曲线的斜

率值。它明确地证明：硬粉体(WC+1%石蜡)的压制曲线斜率变化最慢，软粉体(Sn粉)变化最快；而一般粉体(Cu:Fe(重量)(5:5))介于二者之间，这与 $e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}$ 值的变化趋势完全一致。

表15 WC+(1%石蜡)、Cu:Fe(重量)5:5混合粉压制曲线斜率的变化数据

斜率 压力 MPa	粉 体	WC	Cu : Fe	Sn
		+ 1%石蜡	重量 5:5	
14.7				6.293
19.6				5.292
29.4				3.107
49	1.839	1.974	1.061	
68.6	1.453	1.525	0.676	
98	1.008	1.134	0.179	
117.6				0.084
147	0.789	0.779	0.029	
196	0.613	0.580	$5.773 \times 10^{-3}$	
245	0.489	0.452	$1.210 \times 10^{-3}$	
294	0.417	0.363	$2.882 \times 10^{-4}$	
392	0.337			
490	0.276			
588	0.233			

## 结论

1. 黄培云双对数粉体压制方程可以变化为非对数形式

$$D_c = \frac{D_m D_o e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}}{D_m - D_o + D_o e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}}$$

该式具有较高的精度( $D_{c\text{计}}/D_{c\text{实}} = 1 \pm 0.01$ )，使用方便，具有实用价值。

2. 粉体等静压制的P-D<sub>c</sub>曲线的数学表达式为上式，该式为理论公式。

3. 影响粉体压制的主要因素是 $e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}$

值和 $D_c$ 值。

4. 粉体压制的 $P-D_c$ 曲线斜率为

$$\frac{dD_c}{dP} =$$

$$= \frac{D_m D_o (D_m - D_o) e^{(P/M)^{1/m}}}{M m [D_m - D_o + D_o e^{(P/M)^{1/m}}]^2 (\frac{P}{M})^{1-1/m}}$$

### 参 考 文 献

[1] 黄培云主编, 粉末冶金原理, 冶金工业出版社, 182—184, 1982

[2] 同上, 184—185

[3] 黄培云, 中南矿冶学院学报, No.1, 1—8, 1982

[4] 粉末冶金技术协会(日), 金属粉の成形, 日刊工业新闻社, 9, 1794

[5] 同[1], 188

### APPLICATIONS OF HUANG PEIYUN'S DOUBLE LOGARITHMIC EQUATION OF POWDER COMPACTING

Hu Jizhi

(Central-South University of Industry, Powder Metallurgy Research Institute)

**ABSTRACT** In this paper the extended applications of Huang Peiyun's double logarithmic equation of Powder Compacting are emphatically introduced on the basis of isostatically pressing practice. It is recognized that the equation can be turned into non-logarithmic form by mathematic treatment.

$$D_c = \frac{D_m D_o e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}}{D_m - D_o + D_o e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}}$$

$$D_m - D_o + D_o e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}$$

Experimental data of 11 kinds of powder isostatically pressed show that the above equation has high accuracy and is practical. The equation has been analyzed and is indicative of a mathematic expression of pressure-green density curve for powder compacting. The slop of this curve is as follows:

$$\frac{dD_c}{dP} = \frac{D_m D_o (D_m - D_o) e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}}}{M \cdot m \left[ D_m - D_o + D_o e^{\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{m}}} \right]^2 \left( \frac{P}{M} \right)^{\frac{1}{m}-1}}$$